

母相関係数の検定と推定

高木 廣文
東邦大学医学部看護学科
国際保健看護学研究室

無相関の検定

標本から得た相関係数が大きいからといって、それが母集団で成り立つかは不確実。

⇒ 母相関係数に関する検定が必要

● 無相関の検定

帰無仮説：

母集団における母相関係数 ρ が 0 である

無相関の検定の方法

- 2つの変数 X, Y の単相関係数： r_{xy}
- 標本数： N
- 検定のための統計量： t_0

$$t_0 = |r_{xy}| \times \sqrt{\frac{N-2}{1-r_{xy}^2}}$$

t_0 : 自由度 $\nu = N - 2$ の t 分布に従う。

t 分布の形状

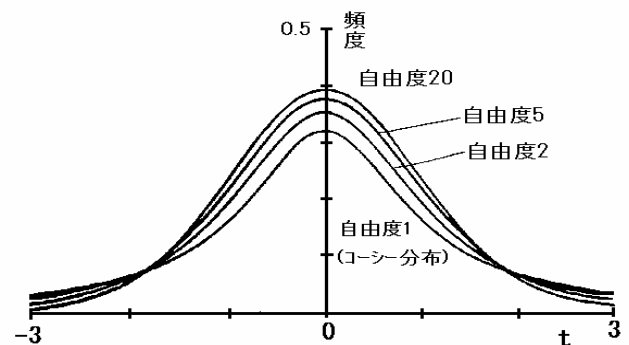


図 t分布の形状と自由度

無相関の検定方法

自由度 $(N-2)$ の t 分布の両側 5% 点 $t_{0.025}$
(または 1% 点 $t_{0.005}$) と比べる：

$t_0 > t_{0.025}$ — 仮説棄却：有意な相関

$t_0 < t_{0.025}$ — 仮説採択：態度保留

実際には、有意確率 p を求め、
 $p < 0.05$ ならば、有意とする。

$t_0 \geq t_{\alpha/2}(\nu) \rightarrow$ 水準 α で有意
 $t_0 < t_{\alpha/2}(\nu) \rightarrow$ 有意でない (保留)

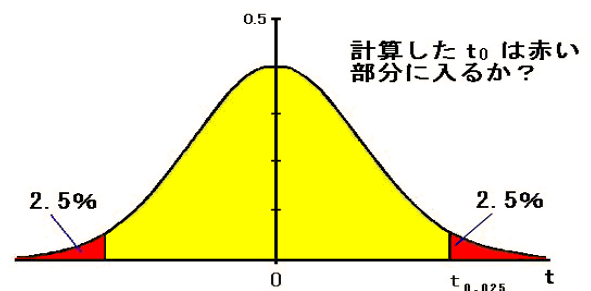


図 t 検定の考え方

帰無仮説を採択した場合

- 「母相関係数が0でないとはいえない。」
・母相関係数が0であることを証明した訳ではないことに注意が必要。

【注意】

検定方法として、最近では t_0 の値と自由度から、その値以上の確率（p 値）を計算し、その p 値が 0.05 より小さい場合に有意とする。

無相関の検定の例題：

例) 空腹時血糖値と肥満度の単相関係数は 0.48325, 標本数は 50 例であった。

Q. 血糖値と肥満度について無相関の検定を行なってみよう。

- ・自由度 = $50 - 2 = 48$
- ・ $t_0 = 0.48325 \times \sqrt{[(50 - 2) / (1 - 0.48325^2)]}$
= 3.824

検定統計量の値と検定結果

- ・自由度 48 の t 分布の両側 5% 点は 2.011, 1% 点は 2.682。
 - ⇒ $t_0 = 3.824 > 2.682$
 - ⇒ 1% 水準で有意な相関。
 - ⇒ 血糖値と肥満度の母相関係数は 0 ではないと考えてよい。
- ・実際にパソコンで p 値を計算すると、 $p = 0.00037$, となり、実際には 0.1% 以下で有意である。

無相関の検定の練習問題

【問題】

80 人の身長と体重の単相関係数は 0.35 であった。
母相関係数は 0 でないと言えるか。

母相関係数の信頼区間の推定

検定で母相関係数が 0 でないとなった場合（統計学的に有意な場合）、それでは、0 でなければどのくらいの値なのか？

⇒ 母相関係数の信頼区間の推定

Fisher の z 変換

- ・変数 X, Y の単相関係数 r_{xy} の分布を正規分布で近似：

$$z_r = \frac{1}{2} \times \ln \left(\frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}} \right)$$

z_r の分散：

$$V = \frac{1}{N - 3}$$

正規分布の形状と信頼区間

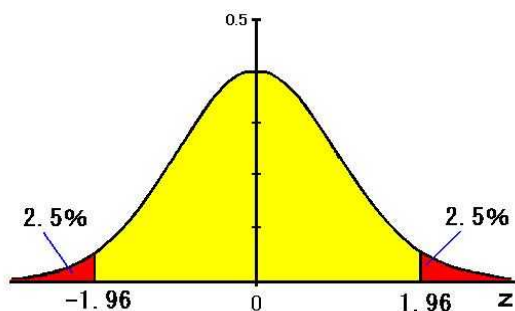


図 標準正規分布

z 変換による信頼区間

z_r の95%信頼区間の上限 z_U と下限 z_L :

$$z_U = z_r + \frac{1.96}{\sqrt{N-3}}$$

$$z_L = z_r - \frac{1.96}{\sqrt{N-3}}$$

z 変換の逆変換による信頼区間

z_U と z_L の値を逆変換 :

$$r_U = \frac{\exp(2z_U) - 1}{\exp(2z_U) + 1}$$

$$r_L = \frac{\exp(2z_L) - 1}{\exp(2z_L) + 1}$$

ここで, $\exp(x)$ は自然対数の底 e の x 乗。
母相関係数 ρ の95%信頼区間 : $r_L \leq \rho \leq r_U$

母相関係数の信頼区間の例題 :

50例の血糖値と肥満度の単相関係数は0.48325であった。母相関係数の95%信頼区間を求めよう。

・単相関係数をフィッシャーのZ変換 :

$$z_r = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 + 0.48325}{1 - 0.48325} \right]$$

$$= 0.52722$$

母相関係数の信頼区間の例題の続き :

次に, z 値の95%信頼区間の上限, 下限の計算 :

$$z_U = 0.52722 + 1.96 / \sqrt{50-3} = 0.81311$$

$$z_L = 0.52722 - 1.96 / \sqrt{50-3} = 0.24132$$

z 値を逆変換 :

$$r_U = [\exp(2 \times 0.81311) - 1] / [\exp(2 \times 0.81311) + 1] = 0.671$$

$$r_L = [\exp(2 \times 0.24132) - 1] / [\exp(2 \times 0.24132) + 1] = 0.237$$

→ 0.237 < 母相関係数 < 0.671

母相関係数の信頼区間の練習問題

【問題】

ランダムに選んだ100人の新入生の収縮期血圧と拡張期血圧の単相関係数は0.64であった。

新入生全体の収縮期血圧と拡張期血圧の無相関の検定を行え。

また, 母相関係数の95%信頼区間を求めよ。